МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева»
(Самарский университет)

Институт естественных и математических наук
Физический факультет
Кафедра общей и теоретической физики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

«Рождение прямых фотонов на коллайдере NICA в NLO приближении»

по направлению подготовки 03.03.02 Физика
(уровень бакалавриата)
направленность (профиль) «Физика»

Обучающийся _____ П.С. Суркаева
Руководитель ВКР,
к.ф.-м.н. _____ А.В. Шипилова

Самара 2026

Реферат

Выпускная квалификационная работа бакалавра: 48 страниц, 19 рисунков, 21 источник, 4 приложения.

Целью работы является выполнение расчётов сечений рождения прямых фотонов в протон-протонных столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ в следующем за лидирующим приближениии пертурбативной квантовой хромодинамики с помощью современных генераторов событий.

В ходе работы проведена верификация LO-расчётов для кинематических условий, близких к планируемым в эксперименте SPD NICA, путём сравнения результатов численных расчетов с помощью оригинальной программы на языке Fortran, генераторов событий Монте-Карло PYTHIA и Sherpa с данными эксперимента UA6. В рамках генератора Sherpa выполнены NLO-расчёты дифференциальных сечений процесса $pp \to \gamma X$ при энергиях $\sqrt{s} = 13$ ТэВ (эксперимент ATLAS), 63 ГэВ (R110), 24.3 ГэВ (UA6) и 23.75 ГэВ (NA24). Рассчитан K-фактор для энергий ниже 63 ГэВ находится в промежутке от 3 до 4. Для коллайдера NICA получены NLO-предсказания для дифференциального сечения рождения прямых фотонов при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y| < 3.0$.

Актуальность работы заключается в необходимости получения предсказаний в NLO приближении для моделирования рождения прямых фотонов в эксперименте SPD на строящемся коллайдере NICA.

Результаты данной работы были представлены на LXXVI молодежной научной конференции (2 место), на Самарской областной студенческой научной конференции и 11-м совещании Коллаборации SPD 16-22 мая 2026 года.

Содержание

1 Введение 4

2 Теоретическая часть 5

2.1 Прямые фотоны на адронных коллайдерах 5

2.2 Квантовая хромодинамика 8

2.3 Сечение рождения прямых фотонов в КХД 10

2.4 NLO-расчеты 15

3 Практическая часть 20

3.1 Методы исследования 20

3.2 Сравнение LO расчётов 21

3.3 NLO-расчёт в генераторе Sherpa 25

3.4 Сравнение с экспериментальными данными 27

3.5 Предсказания для коллайдера NICA 30

3.6 Анализ K-фактора 30

4 Заключение 33

Приложение A 38

Приложение B 44

Приложение C 46

Приложение D 47

1 Введение

Понимание структуры нуклона и механизма формирования его спина является одной из фундаментальных задач квантовой хромодинамики (КХД). Несмотря на успехи пертурбативных методов в описании взаимодействия кварков и глюонов, вопрос о том, как именно устроен нуклон, остается открытым. Спин нуклона, равный $\hbar/2$, определяет ключевые свойства материи, что делает его изучение приоритетным направлением современной физики.

Кварковая модель, успешно описывающая такие характеристики адронов, как заряд или изоспин, оказалась несостоятельной в объяснении их спиновой структуры. Спин нуклона не может формироваться только из спинов валентных кварков. Главная задача — определить, как именно спин складывается из спинов и орбитальных моментов всех составляющих: валентных и морских кварков, а также глюонов.

Для решения этой задачи используется детектор SPD (Spin Physics Detector) на коллайдере NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility) (ОИЯИ, Дубна) [1], предназначенный для исследования зависящих от спина глюонных функций распределения в протоне и дейтроне путём измерения одно- и двухспиновых асимметрий в процессе рождения прямых фотонов.

В связи с этим представляется актуальным осуществление точных предсказаний по рождению прямых фотонов в кинематических условиях коллайдера NICA с помощью современных методов моделирования в физике элементарных частиц.

Целью представленной работы является расчёт сечений рождения прямых фотонов в протон-протонных столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ в лидирующем и следующем за лидирующим приближениях по константе сильного взаимодействия пертурбативной КХД с помощью современных генераторов событий.

Достижение указанной цели требует решения следующих задач:

1. Освоение генератора событий Sherpa для учёта вклада NLO поправок в процессах $pp \to \gamma X$.

2. Сравнение полученных предсказаний с существующими экспериментальными данными.

3. Расчёты предсказаний для коллайдера NICA.

2 Теоретическая часть

2.1 Прямые фотоны на адронных коллайдерах

Прямые фотоны рождаются в экспериментах по столкновениям адронов, которые проводятся на адронных коллайдерах — ускорителях, где сталкиваются протоны, антипротоны или ядра. Такие установки позволяют изучать сильное взаимодействие при высоких энергиях и проверять предсказания квантовой хромодинамики. Рождение прямых фотонов исследовалось на адронных коллайдерах: RHIC (The Relativistic Heavy Ion Collider), LHC (Large Hadron Collider), Tevatron, NICA.

Существует три механизма рождения фотонов в адронных столкновениях [2]:

1. Прямое рождение — фотон образуется непосредственно в жёстком процессе. Существуют два основных жестких процесса рождения прямых фотонов: комптоновское рассеяние на глюонах $gq(\bar{q}) \to \gamma q(\bar{q})$, которое доминирует, и аннигиляция кварк-антикварк $q\bar{q} \to \gamma g$. Вклад последнего процесса в полное сечение мал. На рис. 1 показана схема механизма прямого рождения.

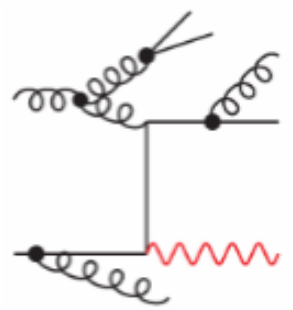

Рис. 1: Прямое рождение фотона

2. Фрагментационное рождение — фотон рождается, когда высокоэнергетический партон (кварк или глюон) испускает фотоны на финальной стадии. Пример: $q \to \gamma q$, $g \to \gamma q\bar{q}$. На рис. 2 изображена схема фрагментационного рождения.

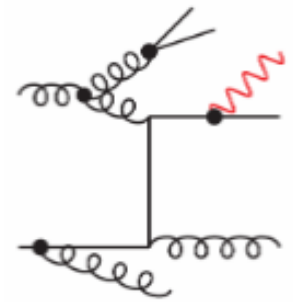

Рис. 2: Фрагментационное рождение фотона

3. Непрямое рождение — фотоны образуются при распадах конечных адронов. Пример: $\pi^0 \to \gamma\gamma$ (нейтральный пион π^0 — это мезон, состоящий из $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$ кварков, распадается на два фотона практически мгновенно). Соответствующая схема приведена на рис. 3.

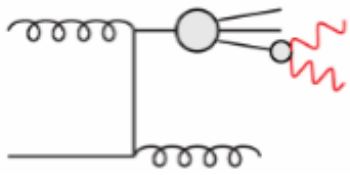

Рис. 3: Непрямое рождение фотона

Глюонные функции распределения $\Delta g(x, Q^2)$ (вероятность найти глюон с определённой поляризацией при доле импульса x в протоне) определяют

вклад спина глюонов в общий спин протона. При столкновении продольно-поляризованных протонов двойная продольная спиновая асимметрия определяется как

$$A_{LL} = \frac{\sigma^{++} - \sigma^{+-}}{\sigma^{++} + \sigma^{+-}},$$

где σ^{++} и σ^{+-} — сечения для одинаковых и противоположных проекций спина (спиральностей) сталкивающихся протонов соответственно.

Измерение A_{LL} в процессе рождения прямых фотонов позволяет извлечь спиральную функцию распределения глюона $\Delta g(x, Q^2)$. Это возможно потому, что основной вклад в сечение даёт подпроцесс комптоновского рассеяния $gq \to \gamma q$, и асимметрия A_{LL} оказывается чувствительной именно к $\Delta g(x, Q^2)$. Кроме того, прямые фотоны не участвуют в сильном взаимодействии, поэтому они не испытывают адронизации (превращения партонов в адроны) и несут информацию непосредственно о начальном партонном состоянии, что позволяет извлекать $\Delta g(x, Q^2)$ без искажений, связанных с фрагментацией и последующими распадами.

Рождение прямых фотонов активно изучается как экспериментально, так и теоретически. В работе [3] (PHENIX) измерены сечения рождения прямых фотонов в pp столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, полученные данные хорошо описываются теорией в следующем за лидирующим приближении квантовой хромодинамики. В эксперименте UA6 [4] измерены сечения прямых фотонов в pp и $\bar{p}p$ столкновениях при $\sqrt{s} = 24.3$ ГэВ, и показано, что различие сечений обусловлено вкладом аннигиляции кварков ($q\bar{q} \to \gamma g$).

На LHC коллаборация CMS [5] измерила сечения рождения фотонов и рождения фотона с адронной струёй при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, подтвердив расчёты в следующем за лидирующим приближении. Измерения ATLAS [6] охватили область поперечных энергий до 2.5 ТэВ и показали, что более точные следующие за следующим за лидирующим приближении расчёты лучше согласуются с данными.

В рамках теории, в работе [7] данные ATLAS по прямым фотонам при $\sqrt{s} = 8$ ТэВ были использованы для уточнения партонных функций распределения протона. Расчёты в следующем за следующим за лидирующим приближении позволили уменьшить неопределённости глюонной функции распределения при средних долях импульса x_T. Анализ [8] выявил, что предсказания в следующем за лидирующим приближении систематически расходятся с экспериментом по наклону спектров; это указало на необходимость учитывать поперечный импульс начальных партонов. В работе [9] реализовано согласование в следующем за лидирующим приближении с партонными ливнями, что значительно улучшило описание данных PHENIX. В работе [10] в лидирующем приближении коллинеарной партонной модели рассчитаны двойные продольные спиновые асимметрии в рождении прямых фотонов на коллайдере NICA при энергиях $\sqrt{s} = 20$ и 27 ГэВ. Показано, что асимметрии могут достигать 18%, что допускает возможность их экспериментального изучения на детекторе SPD.

Таким образом, прямые фотоны являются полезным инструментом для изучения спин-зависимых партонных распределений адронов. Для описания их рождения используется теория квантовой хромодинамики, методы которой лежат в основе данной работы.

2.2 Квантовая хромодинамика

Квантовая хромодинамика описывает сильное взаимодействие кварков (фундаментальные фермионы, частицы с полуцелым спином, имеющие цвет и классифицируемые по типам — ароматам) и глюонов (бозоны, частицы с целым спином, переносчики сильного взаимодействия) [11]. Сильное взаимодействие характеризуется бегущей константой связи $\alpha_s(Q^2)$, которая при больших переданных во взаимодействиях импульсах Q^2 становится малой, что позволяет использовать ее как малый параметр в теории возмущений.

Процессы с большим переданным импульсом исследуются на коллайдерах в столкновениях адронов при высоких энергиях. Адроны — частицы, участвующие в сильном взаимодействии и состоящие из кварков и глюонов — например, протоны, нейтроны, пионы и др. В рассеянии при высоких энергиях адроны в начальном состоянии ведут себя как составные объекты: партоны (кварки, антикварки, глюоны) внутри них постоянно испускают и поглощают другие партоны, а также могут взаимодействовать с партонами из других адронов.

Состояние адрона описывается партонной функцией распределения (ПФР), которая обозначается как $F_a(x_j, \mu^2)$ и представляет собой вероятность найти партон типа a с долей продольного импульса x_j в адроне при характерном энергетическом масштабе μ^2.

Взаимодействие адронов в столкновениях на коллайдере характеризуется полным сечением σ, величиной, характеризующей эффективную площадь взаимодействия и пропорциональная вероятности процесса. При взаимодействиях с большой передачей импульса, согласно теореме факторизации пертурбативной КХД, сечение факторизуется на ПФР и партонное сечение жесткого партонного подпроцесса рассеяния $\widehat{\sigma}$. Рассмотрим формулу факторизации в случае соударения двух начальных протонов и рождения фотона в жестком партонном подпроцессе $a + b \to \gamma + X$ ($a,\ b$ — начальные партоны, γ —фотон, X — конечный партон, кварк или глюон)[12]:

$$\sigma = \int F_a(x_1, \mu^2) dx_1 \int F_b(x_2, \mu^2) dx_2 d\widehat{\sigma}, \tag{1}$$

где масштаб μ обычно отождествляется с масштабами факторизации и ренормализации ($\mu = \mu_F = \mu_R$) и выбирается порядка характерной энергии процесса.

Масштаб ренормализации μ_R определяет константу сильного взаимо-

действия $\alpha_s(\mu_R^2)$:

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{4\pi}{b_0 \ln\left(\mu_R^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2\right)}, \tag{2}$$

где для КХД с тремя цветами, количеством ароматов n_f и приближенно безмассовыми кварками $b_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$. Энергетический масштаб Λ_{QCD} — это масштаб, на котором $\alpha_s(\mu_R^2)$ становится велика при уменьшении μ_R^2. Экспериментальные измерения показывают, что значение $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 200$ МэВ. Формула (2) показывает, что $\alpha_s(\mu_R^2)$ уменьшается как $(\ln(\mu_R^2))^{-1}$ при больших μ_R^2.

Масштаб факторизации μ_F разделяет жесткую (процессы с большой передачей импульса, $Q^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$) и мягкую ($Q^2 \sim \Lambda_{\text{QCD}}^2$) области, делая возможным применение теории возмущений в жёсткой части процесса.

Физический результат, например, сечение процесса, не должен зависеть от выбора μ, если в расчёте учтены все порядки теории возмущений. Однако в реальных вычислениях мы ограничиваемся фиксированным порядком, и тогда возникает остаточная зависимость от μ. Варьирование масштабов позволяет оценить неопределённость, связанную с отсутствием высших порядков теории возмущений: разброс результатов образует теоретический коридор погрешностей.

Партонные функции распределения не могут быть вычислены в рамках теории возмущений, поскольку они описывают мягкую (непертурбативную) часть процесса, поэтому их извлекают из глобальных анализов экспериментальных данных. В отличие от ПФР, жёсткое партонное сечение $\hat{\sigma}$ может быть вычислено в рамках квантовой теории поля с использованием теории возмущений, что будет рассмотрено в следующем пункте.

2.3 Сечение рождения прямых фотонов в КХД

В теоретических расчетах сечений процессов в квантовой хромодинамике используется теория возмущений. Лидирующий порядок (Leading Order, LO) представляет собой первое ненулевое приближение, учитывающее толь-

ко диаграммы Феймана низшего порядка. Вероятность процесса определяется квадратом матричного элемента $\overline{|M|^2}$. Матричный элемент вычисляется по диаграммам Фейнмана, которые строятся из вершин и пропагаторов. Рассмотрим партонные подпроцессы рождения прямых фотонов, к которым относятся процесс комптоновского рассеяния и кварк-антикварковой аннигиляции, примеры диаграмм Фейнмана для которых приведены на рисунке 1 (здесь g — глюон, q — кварк, $\bar{q}$ — антикварк, γ - фотон.).

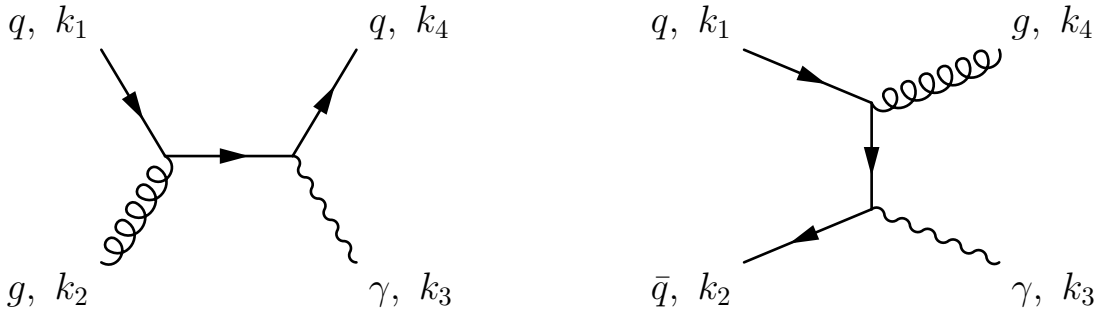

Рис. 4: Примеры диаграмм Фейнмана: s-канальная диаграмма для процесса $qg \to \gamma q$ (слева); u-канальная диаграмма для процесса $q\bar{q} \to \gamma g$ (справа). k_1 и k_2 — 4-импульсы начальных партонов, k_3 — 4-импульс фотона, k_4 — 4-импульс кварка или глюона.

Для процесса $2 \to 2$ удобно использовать переменные Мандельштама:

$$\hat{s} = (k_1 + k_2)^2, \qquad \hat{t} = (k_1 - k_3)^2, \qquad \hat{u} = (k_1 - k_4)^2.$$

Название канала диаграммы (s, t или u) определяется пропагатором (функцией распространения) и соответствующей переменной Мандельштама.

Партонное дифференциальное сечение процесса $a + b \to \gamma + X$:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{I}\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{d^3\vec{k_3}}{2E_3}\frac{d^3\vec{k_4}}{2E_4}\delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - k_4)\overline{|M|^2}, \tag{3}$$

где E_3 и E_4 — их энергии, $I = \sqrt{(k_1 \cdot k_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$ — потоковый фактор ($m_1 = m_2 = 0$ — массы начальных частиц), $\overline{|M|^2}$ — квадрат матричного элемента (просуммированный и усредненный по начальным и конечным состояниям).

Выведем удобную для численных расчетов формулу для сечения рождения прямых фотонов.

Распишем 4-импульсы начальных и конечных частиц по компонентам:

$$k_1 = (x_1\frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, x_1\frac{\sqrt{s}}{2}),$$

$$k_2 = (x_2\frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, -x_2\frac{\sqrt{s}}{2}),$$

$$k_3 = (E_3, \vec{k}_3) = (E_3, \vec{k}_{3T}, k_{3z}),$$

$$k_4 = (E_4, \vec{k}_4) = (E_4, \vec{k}_{4T}, k_{4z}),$$

где x_1 и x_2 — доли продольного импульса протонов, уносимые партонами, s — квадрат полной энергии сталкивающихся протонов в системе их центра масс, k_{3z} и k_{4z} — проекции импульсов конечных частиц на ось z, $\vec{k}_{3T}$ и $\vec{k}_{4T}$ — поперечные импульсы частиц, компоненты импульса, перпендикулярные направлению движения. Выражения для энергий начальных и конечных частиц:

$$E_1 = x_1\frac{\sqrt{s}}{2};\ E_2 = x_2\frac{\sqrt{s}}{2};\ E_3 = |\vec{k}_3|;\ E_4 = |\vec{k}_4| \tag{4}$$

Преобразуем инвариантные фазовые объемы конечных частиц в терминах их поперечных импульсов и быстрот:

$$\frac{d^3\vec{k}_3}{2E_3} = \frac{d^2\vec{k}_{3T}}{2E_3}d\vec{k}_{3z} = d^2\vec{k}_{3T}\frac{dy_3}{2};\ \frac{d^3\vec{k}_4}{2E_4} = \frac{d^2\vec{k}_{4T}}{2E_4}d\vec{k}_{4z} = d^2\vec{k}_{4T}\frac{dy_4}{2}, \tag{5}$$

где быстрота y определяется как

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E + |\vec{k}|}{E - |\vec{k}|}. \tag{6}$$

Подставим выражения (5) в формулу (3):

$$d\widehat{\sigma} = d^2\vec{k}_{3T}\, d^2\vec{k}_{4T}\, \frac{1}{I}\, \frac{dy_3\, dy_4}{4}\, \frac{1}{(2\pi)^2}\, \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4)\, \delta^{(2)}(\vec{k}_{3T} + \vec{k}_{4T}) \\ \times\, \delta(k_{1z} + k_{2z} - k_{3z} - k_{4z})\, \overline{|M|^2}$$

Распишем быстроту y_3:

$$y_3 = \frac{1}{2} \ln \frac{E_3 + |\vec{k_3}|}{E_3 - |\vec{k_3}|} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_3 + k_{3z}}{E_3 - k_{3z}} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E_3 + k_{3z})^2}{E_3^2 - k_{3z}^2} = \\ = \frac{1}{2} \ln \frac{(E_3 + k_{3z})^2}{k_{3T}^2} = \ln \frac{(E_3 + k_{3z})}{k_{3T}} = \ln (E_3 + k_{3z}) - \ln k_{3T}$$

$$y_3 = \ln (E_3 + k_{3z}) - \ln k_{3T} \tag{7}$$

Свяжем дифференциалы продольной компоненты импульса k_{3z} конечной частицы и её быстроты, дифференцируя выражение (7):

$$dy_3 = \frac{1}{\sqrt{k_{3T}^2 + k_{3z}^2} + k_{3z}} \left(\frac{2k_{3z}}{2\sqrt{k_{3T}^2 + k_{3z}^2}} + 1 \right) dk_{3z} = \frac{dk_{3z}}{\sqrt{k_{3T}^2 + k_{3z}^2}} = \frac{dk_{3z}}{E_3}$$

$$dk_{3z} = E_3 dy_3 \tag{8}$$

Пользуясь свойством δ-функции, выполняем интегрирование по $d^2\vec{k}_{4T}$:

$$d\widehat{\sigma} = d^2\vec{k}_{3T} \frac{1}{I} \frac{dy_3 dy_4}{4} \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta(k_{1z} + k_{2z} - k_{3z} - k_{4z}) \overline{|M|^2} \tag{9}$$

Выражаем сумму $E_3 + k_{3z}$ и разность $E_3 - k_{3z}$ через y_3 и k_{3T}:

$$E_3 + k_{3z} = e^{y_3} k_{3T} \tag{10}$$

$$E_3 - k_{3z} = e^{-y_3} k_{3T} \tag{11}$$

Объединяя полученные выражения (10) и (11), находим выражения для E_3

и k_{3z}:

$$k_{3z} = \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_3} - e^{-y_3}) \tag{12}$$

$$E_3 = \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_3} + e^{-y_3}) \tag{13}$$

Аналогичные преобразования можно получить для y_4. Расписываем скалярные произведения:

$$(k_2 \cdot k_3) = x_2\frac{\sqrt{s}}{2}E_3 - x_2\frac{\sqrt{s}}{2}k_{3z} = x_2\frac{\sqrt{s}}{2}(E_3 - k_{3z}) \tag{14}$$

$$(k_1 \cdot k_3) = x_1\frac{\sqrt{s}}{2}E_3 + x_1\frac{\sqrt{s}}{2}k_{3z} = x_1\frac{\sqrt{s}}{2}(E_3 + k_{3z}) \tag{15}$$

Преобразуем δ-функцию, соответствующую закону сохранения энергии частиц:

$$\delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) = \delta(\frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 + x_2) - \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_3} + e^{-y_3}) - \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_4} + e^{-y_4})) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{s}\delta(x_1 + \frac{-k_{3T}}{\sqrt{s}}(e^{y_3} + e^{-y_3} + e^{y_4} + e^{-y_4}) + x_2).$$

Расписываем δ-функцию, соответствующую закону сохранения продольного импульса частиц:

$$\delta(k_{1z} + k_{2z} - k_{3z} - k_{4z}) = \delta(\frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 - x_2) - \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_3} - e^{-y_3} + e^{y_4} - e^{-y_4})) =$$

$$= \delta(-\sqrt{s}x_2 + \frac{-k_{3T}}{\sqrt{s}}(e^{y_3} + e^{-y_3} + e^{y_4} + e^{-y_4}) - \frac{k_{3T}}{2}(e^{y_3} - e^{-y_3} + e^{y_4} - e^{-y_4})) =$$

$$= \delta(-\sqrt{s}x_2 + k_{3T}(e^{-y_3} + e^{-y_4}))$$

Снимем интеграл по x_1 и x_2 в формуле (1) используя выражения 4, после

подстановки в δ-функцию:

$$x_2 = \frac{k_{3T}}{\sqrt{s}}(e^{-y_3} + e^{-y_4}) \tag{16}$$

$$x_1 = \frac{k_{3T}}{\sqrt{s}}(e^{y_3} + e^{y_4}) \tag{17}$$

Находим потоковый фактор:

$$I = \sqrt{(k_1 k_2)^2} = \frac{x_1 x_2 s}{2} \tag{18}$$

Распишем дифференциал $d^2\vec{k}_{3T}$. Сечение не зависит от ϕ, азимутального угла вектора $\vec{k}_{3T}$ в поперечной плоскости, из-за симметрии вращения вокруг оси пучка, поэтому $\int d\phi = 2\pi$:

$$d^2\vec{k}_{3T} = k_{3T} dk_{3T} d\phi = 2\pi k_{3T} dk_{3T} \tag{19}$$

После всех преобразований выражения (1) для полного сечения, получаем расчетную формулу:

$$\sigma = \int dk_{3T} \int dy_3 \int dy_4 \; \frac{k_{3T}}{2x_1 x_2 s^2 \pi} F_a(x_1, \mu^2) F_b(x_2, \mu^2) \overline{|M|^2}. \tag{20}$$

2.4 NLO-расчеты

LO-расчёты сильно зависят от произвольного выбора масштабов факторизации и ренормализации, что приводит к значительной теоретической неопределённости. Поправки следующего порядка (Next to Leading Order, NLO) уменьшают зависимость от масштаба, улучшают описание кинематических распределений и повышают достоверность теоретических предсказаний. NLO расчет включает в себя более сложные вклады: виртуальные однопетлевые поправки с вкладом реального излучения. Эти поправки подвержены

влиянию различных сингулярностей. При вычислении дифференциального сечения, которое включает квадрат матричного элемента, построенного из пропагаторов (функций, описывающих амплитуду распространения частицы из одной точки пространства-времени в другую), могут возникать ультрафиолетовые (УФ) и инфракрасные (ИК) расходимости [13].

УФ сингулярности возникают с математической точки зрения, из-за того, что произведение пропагаторов, построенное по диаграммным правилам, не является однозначно определенным объектом; это приводит к расходимости фейнмановских интегралов при больших импульсах. Инфракрасные сингулярности, которые включают мягкие (возникают при малых импульсах) и коллинеарные (возникают при малых углах) сингулярности, присутствуют как в реальных, так и в виртуальных поправках, в обычном смысле имеют общую математическую причину — неинтегрируемость произведения пропагаторов на больших расстояниях в координатном пространстве или, другими словами неопределенность произведения пропагаторов и δ-функций, выражающих законы сохранения импульса, в импульсном пространстве [14].

Реальный вклад включает все фейнмановские диаграммы с дополнительными партонами в конечном состоянии ($2 \to 3$). Пример показан на рисунке 5.

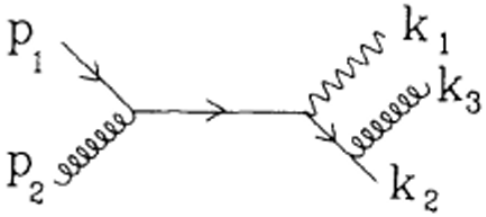

Рис. 5: Диаграмма с реальным излучением

Виртуальные поправки возникают при добавлении замкнутой петли, образованной виртуальным глюоном, к борновским диаграммам. На рисунке 6 показан пример диаграммы с виртуальным глюоном.

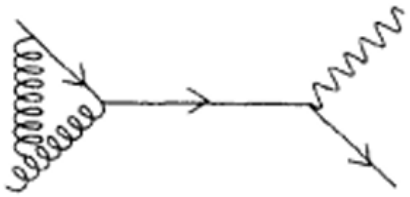

Рис. 6: Диаграмма с виртуальной поправкой

Общая структура сечения в NLO КХД выглядит следующим образом:

$$\sigma = \sigma_{LO} + \sigma_{NLO} \tag{21}$$

Сечение в лидирующем порядке (LO) получается интегрированием сечения в борновском приближении $d\sigma_B$ по фазовому пространству. Предположим, что этот LO расчет включает n партонов с импульсами p_k в конечном состоянии, тогда мы можем записать:

$$\sigma_{LO} = \int_n d\sigma_B \tag{22}$$

где σ_{LO} — сечение на борновском уровне.

Вычисление LO сечения не представляет никаких трудностей. В NLO необходимо рассмотреть сечение $d\sigma_R$ с $n+1$ партоном в конечном состоянии и однопетлевую поправку $d\sigma_V$ к процессу с n партонами в конечном состоянии.

$$\sigma_{NLO} = \int_{n+1} d\sigma_R + \int_n d\sigma_V \tag{23}$$

$d\sigma_R$ и $d\sigma_V$ имеют ту же структуру, что и сечение на борновском уровне, за исключением замены $|M_n|^2 \to |M_{n+1}|^2$ и $|M_n|^2 \to |M_n|^2_{1-loop}$. Здесь $|M_n|^2_{1-loop}$ обозначает КХД амплитуду для рождения n партонов в конечном состоянии, вычисленную в однопетлевом приближении. Это вычисление приводит к ультрафиолетовым, мягким и коллинеарным сингулярностям. УФ сингулярности могут быть обработаны процедурой перенормировки (переопреде-

лением параметров теории для устранения расходимостей). Мягкие и коллинеарные сингулярности не сокращаются внутри $d\sigma_V$ и сопровождаются аналогичными сингулярностями, возникающими при интегрировании реального сечения $d\sigma_R$. При сложении реального и виртуального вкладов сечение в уравнении (23) становится конечным. Но это сокращение не происходит на уровне подынтегрального выражения.

Реальный и виртуальный вклады должны интегрироваться отдельно по разным областям фазового пространства. Двумя общими методами для этого являются метод разрезания фазового пространства и метод вычитания, впервые использованные в контексте NLO расчета e^+e^- аннигиляции, а затем примененные к другим сечениям. Недавно стало ясно, что оба метода могут быть обобщены независимым от процесса образом. Ключевое наблюдение заключается в том, что сингулярные части КХД матричных элементов для реального излучения могут быть выделены общим образом, используя свойства факторизации мягкого и коллинеарного излучения. Благодаря этой универсальности, оба метода привели к созданию общих алгоритмов для NLO КХД расчетов.

Общая идея метода дипольного вычитания заключается в использовании тождества[13]

$$\sigma_{NLO} = \int_{m+1} [d\sigma_R - d\sigma_A] + \int_{m+1} d\sigma_A + \int_m d\sigma_V \tag{24}$$

которое получается вычитанием и добавлением обратно одной и той же величины $d\sigma_A$. Если $d\sigma_A$ имеющее то же сингулярное поведение, что и $d\sigma_R$, то она действует как локальный контрчлен для $d\sigma_R$, и можно безопасно выполнить предел $\varepsilon \to 0$ под знаком интеграла в первом члене справа в (24). Это определяет вклад в сечение $\sigma_{NLO}^{\{m+1\}}$ с кинематикой $m+1$ партона, который

может быть проинтегрирован численно:

$$\sigma_{NLO}^{\{m+1\}} = \int_{m+1} [(d\sigma_R)_{\varepsilon=0} - (d\sigma_A)_{\varepsilon=0}] \tag{25}$$

Важным свойством $d\sigma_A$ является его аналитическая интегрируемость по однопартонному подпространству, приводящему к мягким и коллинеарным расходимостям. В этом случае мы можем записать последние два члена уравнения (24) следующим образом:

$$\sigma_{NLO}^{\{m\}} = \int_m \left[d\sigma_V + \int_1 d\sigma_A \right]_{\varepsilon=0} \tag{26}$$

Выполняя аналитическое интегрирование $\int_1 d\sigma_A$, мы получаем вклады с ε-полюсами, которые могут быть скомбинированы с полюсами в $d\sigma_V$, что приводит к сокращению всех расходимостей. Остаток конечен в пределе $\varepsilon \to 0$ и, таким образом, определяет подынтегральное выражение для вклада в сечение $\sigma_{NLO}^{\{m\}}$ с кинематикой m партонов, которое может быть проинтегрировано численно в четырех измерениях. Окончательная структура NLO сечения выглядит следующим образом:

$$\sigma_{NLO} = \sigma_{NLO}^{\{m+1\}} + \sigma_{NLO}^{\{m\}} \tag{27}$$

и может быть реализована в Монте-Карло генераторе событий.

Важная часть этого процесса заключается в том, что мы свободны в выборе формы $d\sigma_A$ так, чтобы мы могли выполнить одномерный интеграл аналитически. Возможно определить метод генерации $d\sigma_A$ для NLO процесса, который не зависит от процесса. Также возможен подходящий выбор $d\sigma_A$ для численного интегрирования виртуальной части по внутреннему однопетлевому интегралу. Следуя методу, становится возможным использовать полностью численный подход для любой NLO наблюдаемой.

3 Практическая часть

3.1 Методы исследования

Расчёт наблюдаемых (например, сечение процесса) в первом приближении можно выполнить численно, запрограммировав полученную в разделе 2.3 аналитическую формулу (20). Однако для полного моделирования реальных экспериментов, с учетом особенностей и чувствительности детектора, необходимо использовать генераторы событий. Генераторы событий, в основе которых лежит метод Монте-Карло, предназначены для создания искусственных событий с детализацией, соответствующей возможностям идеального детектора, что позволяет применить к ним те же алгоритмы анализа, что и к настоящим данным.

Метод Монте-Карло представляет собой класс стохастических вычислительных алгоритмов, основанных на использовании последовательностей случайных чисел для моделирования процессов, описываемых теорией вероятностей. Основой метода является генерация случайных выборок в соответствии с заданными распределениями вероятностей. Методы Монте-Карло используются для выбора всех кинематических переменных в соответствии с теоретически предсказанными распределениями. Таким образом, генерируемые события непосредственно сопоставимы с данными, регистрируемыми реальными детекторами.

Генераторы событий бывают двух типов: партонного уровня, которые дают только партонные подпроцессы без перехода в адроны, и адронного уровня, где моделируется фрагментация партонов в адроны и их распады. В данной работе использовались два генератора: PYTHIA и Sherpa.

PYTHIA [15] — это генератор событий Монте-Карло для моделирования процессов в физике высоких энергий. Он включает в себя модели партонных ливней, множественных партонных взаимодействий, фрагментации струн и

распадов частиц. Однако возможности PYTHIA для вычисления поправок следующего за лидирующим порядка ограничены.

Генератор событий Монте-Карло Sherpa [16], в отличие от PYTHIA, позволяет выполнять расчёты в следующем за лидирующим порядке. Он автоматически генерирует виртуальные поправки и вклады реального излучения, а также реализует метод дипольного вычитания для устранения инфракрасных расходимостей. Благодаря этому Sherpa обеспечивает более высокую точность теоретических предсказаний.

Таким образом, для верификации расчётов в LO использовались генераторы событий PYTHIA и Sherpa, а для NLO-расчётов — генератор Sherpa.

3.2 Сравнение LO расчётов

В практической части рассматривается инклюзивный процесс $pp \to \gamma X$, то есть исследуется кинематика только фотона. Везде далее его поперечный импульс будет обозначаться как p_T, его энергия E и быстрота y.

Для верификации корректности настроек генераторов событий было выполнено сравнение дифференциальных сечений процесса в лидирующем порядке, рассчитанных несколькими способами.

Мы написали программу, которая представлена в приложении А, на языке программирования Fortran [17] для численного расчета по аналитической формуле (20) из подраздела 2.3, где многомерное интегрирование выполнялось с помощью библиотеки CUBA [18].

Мы использовали следующие настройки в генераторе событий PYTHIA (см. Приложение В):

1. Тип сталкивающихся частиц — протоны:

   pythia.readString("Beams:idA = 2212").

2. Энергия в системе центра масс $\sqrt{s} = 24.30$:

pythia.readString("Beams:eCM = 24.30").

3. Включены процессы прямого рождения фотонов $gq(\bar{q}) \to \gamma q(\bar{q})$, $q\bar{q} \to \gamma g$:

   pythia.readString("PromptPhoton:qg2qgamma = on");

   pythia.readString("PromptPhoton:qqbar2ggamma = on").

4. Отключены многопартонные взаимодействия:

   pythia.readString("PartonLevel:MPI = off").

5. Отключено начальное и конечное излучение партонов:

   pythia.readString("PartonLevel:ISR = off");

   pythia.readString("PartonLevel:FSR = off").

6. Отключен внутренний поперечный импульс партонов:

   pythia.readString("BeamRemnants:primordialKT = off").

7. Задаются используемые партонные функции распределения:

   pythia.readString("PDF:pSet=LHAPDF6:NNPDF30_lo_as_0118_nf_6").

8. Масштаб $\mu^2 = p_T^2$:

   pythia.readString("SigmaProcess:factorScale2 = 2");

9. Количество событий:

   int Nevents = 3000000.

10. Задание выходных данных для гистограммы со 100 бинами в диапазоне поперечных импульсов от 4.1 до 6.1 ГэВ:

    Hist pTy("dsigma/dpTy 100, 4.1, 6.1).

11. Отбор по быстроте фотона $-0.2 < y < 1.0$:

    if (pythia.event[i].eta() < 1.0 && pythia.event[i].eta() > -0.2).

Конфигурация Sherpa для LO-расчётов (см. Приложение C) содержит следующие ключевые параметры:

1. Тип сталкивающихся частиц:

   BEAMS: 2212.

2. Энергия одного пучка в системе центра масс $\frac{\sqrt{s}}{2} = 12.15$:

   BEAM_ENERGIES: 12.15.

3. Отключен внутренний поперечный импульс партонов:

   BEAM_REMNANTS: false.

4. Отключена фрагментация:

   FRAGMENTATION: None.

5. Отключены многопартонные взаимодействия:

   MI_HANDLER: None.

6. Отключены партонные ливни, начальное и конечное излучение партонов отсутствует:

   SHOWER_GENERATOR: None.

7. Общее число событий:

   EVENTS: 5000000.

8. Генераторы матричных элементов:

   ME_GENERATORS: [Amegic, Comix].

9. Отключены поправки старшего порядка квантовой электродинамики:
   ME_QED: ENABLED: false.

10. Масштаб $\mu^2 = p_T^2$:

    SCALES: VARMPerp(p[2])*MPerp(p[2]).

11. Определение подпроцесса $pp \to \gamma X$:

    PROCESSES: - 93 93 -> 22 93.

12. Порядок матричного элемента, в данном случае LO по КХД и КЭД:

    Amplitude_Order: QCD: 1, EW: 1.

13. Кинематические ограничения:

    SELECTORS:

    [Eta, 22, -0.2, 1.0] (быстрота фотона)

    [PT, 22, 4.1, E_CMS] (поперечный импульс фотона).

14. Задаются используемые партонные функции распределения::

    PDF_SET: NNPDF30_lo_as_0118_nf_6.

Расчёты проведены для кинематики эксперимента UA6: $\sqrt{s} = 24.30$ ГэВ, диапазон быстроты фотона $-0.2 < y < 1.0$. Результаты представлены на рисунке 7.

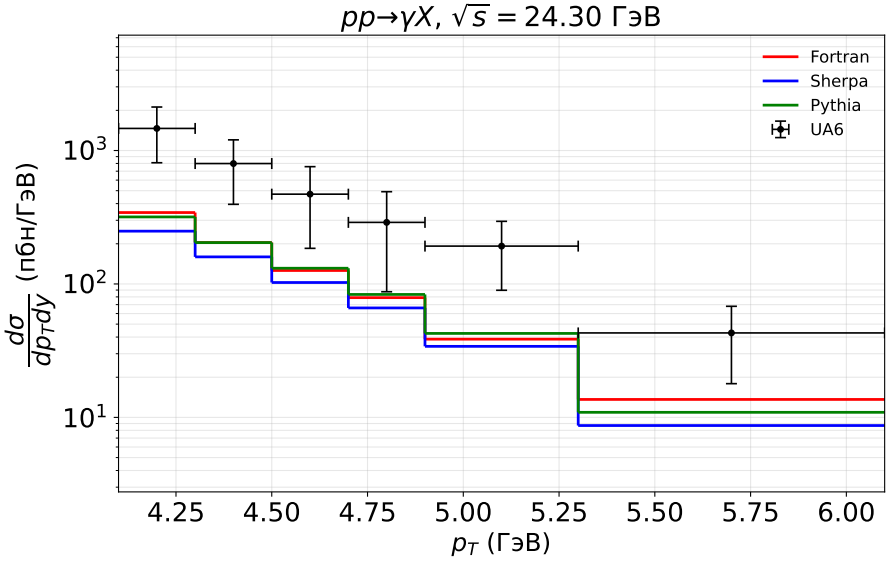

Рис. 7: Дифференциальное сечение $pp \to \gamma X$. Эксперимент UA6. $\sqrt{s} = 24.30$ ГэВ, $-0.2 < y < 1.0$. Расчёты: Fortran (красная линия), PYTHIA (зеленая линия), Sherpa (синяя линия), экспериментальные данные UA6 (точки).

Хорошее согласие между всеми тремя подходами во всей кинематической области подтверждает корректность реализации LO-матричных элементов и выбранных настроек, что позволяет использовать расчеты Sherpa для более точных NLO-расчётов.

3.3 NLO-расчёт в генераторе Sherpa

Для численного моделирования в NLO приближении использовался генератор событий Монте-Карло Sherpa. Данные для сравнения взяты из работ коллаборации ATLAS [6] и работы [19]. Расчёты выполнялись с точностью до следующего за лидирующим порядка КХД. Параметры, которыми необходимо дополнить LO-конфигурацию для NLO расчетов, приведены ниже (подробности NLO-конфигурации генератора Sherpa даны в приложении D):

1. Режим NLO с фиксированным порядком:

   NLO_Mode: Fixed_Order

2. NLO: учёт виртуальных и реальных поправок;

   NLO_Part: BVIRS

3. Порядок NLO по КХД:

   NLO_Order: QCD: 1, EW: 0

4. Набор партонных функций распределения (NLO):

   NNPDF30_nlo_as_0118_nf_6 ;

5. Генератор однопетлевых матричных элементов OpenLoops [20]:

   Loop_Generator: OpenLoops

Для наглядного представления вкладов различных порядков теории возмущений в генераторе событий Sherpa предусмотрена возможность автоматической генерации фейнмановских диаграмм, соответствующих матрич-

ным элементам, используемым в расчётах. Эта функция включается параметром: Print_Graphs: Graphs в конфигурационном файле (см. Приложение D).

На рисунке 8 показаны примеры диаграмм лидирующего порядка для процесса $pp \to \gamma X$. В этих диаграммах нет замкнутых петель и нет дополнительных излучений; все линии являются внешними. Именно эти диаграммы используются для вычисления сечений в ведущем порядке.

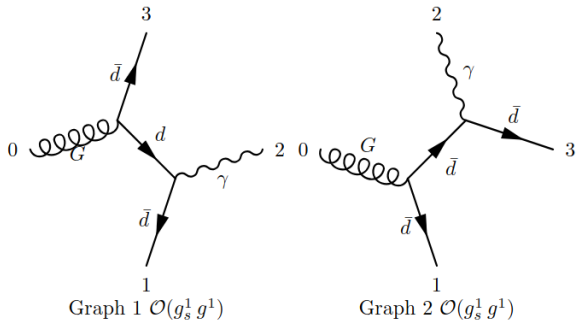

Рис. 8: Диаграммы без учёта реальных и виртуальных поправок (LO).

На рисунке 9 приведены примеры диаграмм с учётом реальных поправок. Они соответствуют излучению дополнительного глюона в конечном состоянии. По сравнению с LO, здесь появляется дополнительная вершина и дополнительная внешняя глюонная линия.

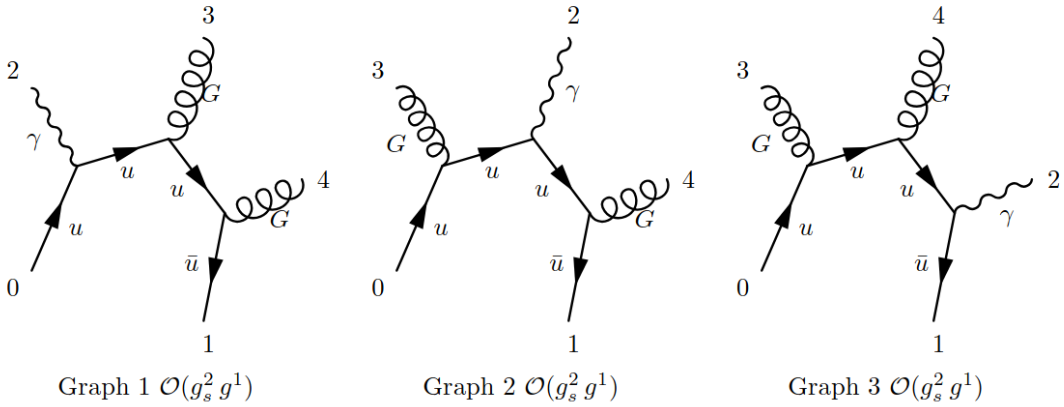

Рис. 9: Пример диаграмм реальной поправки для процесса $gq \to \gamma q$ с излучением дополнительного глюона.

3.4 Сравнение с экспериментальными данными

На рисунке 10 представлено сравнение дифференциальных сечений рождения прямых фотонов по поперечному импульсу, рассчитанных в LO и NLO, с экспериментальными данными коллаборации ATLAS [6] при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Хорошо видно, что NLO предсказания значительно лучше описывают данные во всём диапазоне поперечных энергий, особенно при малых E_T, где LO даёт заметное занижение. Превышение экспериментальных данных результатами в NLO при меньших E_T связано с отсутствием конусного условия изоляции фотона в нашем расчете, накладываемого в эксперименте.

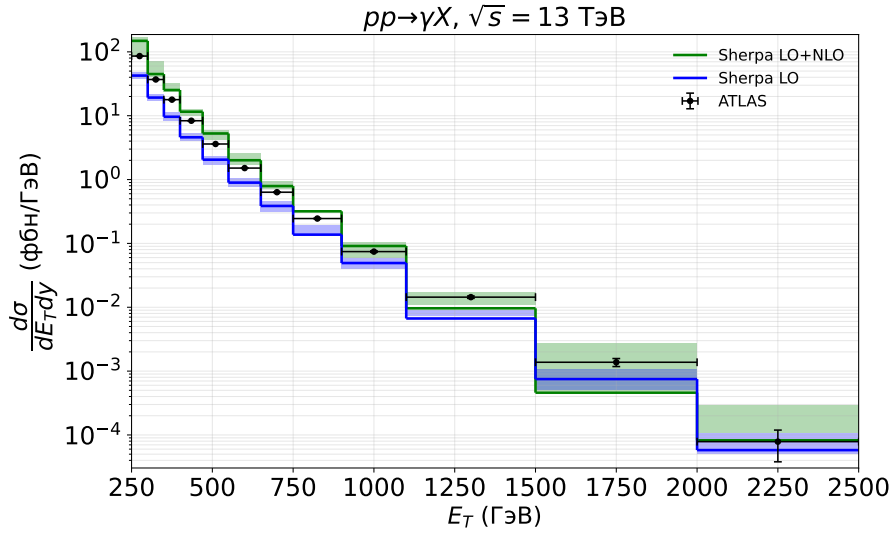

Рис. 10: Дифференциальные сечения $pp \to \gamma X$ при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ и $|y| < 0.6$ в LO (синяя линия) и NLO (зелёная линия) при центральном значении $\mu = p_T$ в генераторе событий Sherpa. Чёрные точки — экспериментальные данные ATLAS [6]. Заштрихованные области соответствуют теоретическим неопределённостям при $p_T/2 \leqslant \mu \leqslant 2p_T$.

Мы выполнили расчеты для более низких энергий, приближающихся к энергии коллайдера NICA, и провели сравнение с данными экспериментов R110 ($\sqrt{s} = 63$ ГэВ, $|y| < 0.8$), UA6 ($\sqrt{s} = 24.3$ ГэВ, $-0.2 < y < 1.0$) и NA24 ($\sqrt{s} = 23.75$ ГэВ, $-0.65 < y < 0.52$). Экспериментальные данные взяты из обзора [19]. Результаты показаны на рисунках 11, 12 и 14.

На рисунке 13 отдельно показаны вклады реальных и виртуальных по-

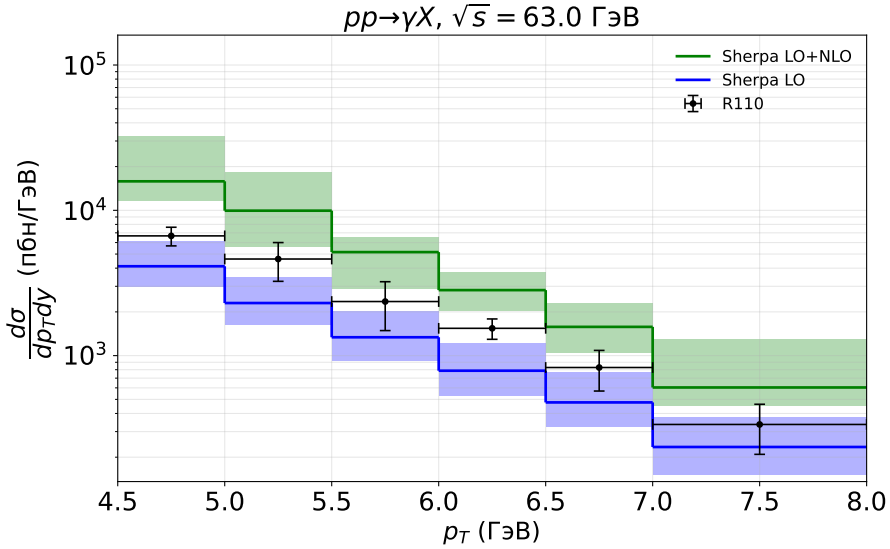

Рис. 11: Дифференциальное сечение $pp \to \gamma X$ при $\sqrt{s} = 63$ ГэВ, $|y| < 0.8$, в LO (синяя линия) и NLO (зелёная линия) при центральном значении $\mu = p_T$ в генераторе событий Sherpa. Чёрные точки — экспериментальные данные R110 [19]. Заштрихованные области соответствуют теоретическим неопределённостям при $p_T/2 \leqslant \mu \leqslant 2p_T$.

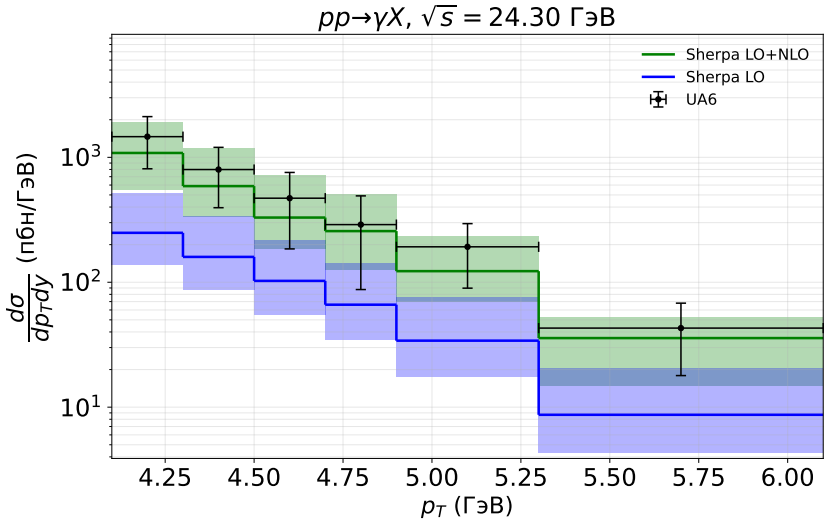

Рис. 12: Дифференциальное сечение $pp \to \gamma X$ при $\sqrt{s} = 24.3$ ГэВ, $-0.2 < y < 1.0$, в LO (синяя линия) и NLO (зелёная линия) при центральном значении $\mu = p_T$ в генераторе событий Sherpa. Чёрные точки — экспериментальные данные UA6 [19]. Заштрихованные области соответствуют теоретическим неопределённостям при $p_T/2 \leqslant \mu \leqslant 2p_T$.

правок для данных UA6. Мы наблюдаем, что вклады реальных и виртуальных поправок примерно одинаковы, и, следовательно, должны учитываться во всех последующих расчетах. Видно, что полное NLO сечение (сумма всех компонент) наилучшим образом согласуется с экспериментом.

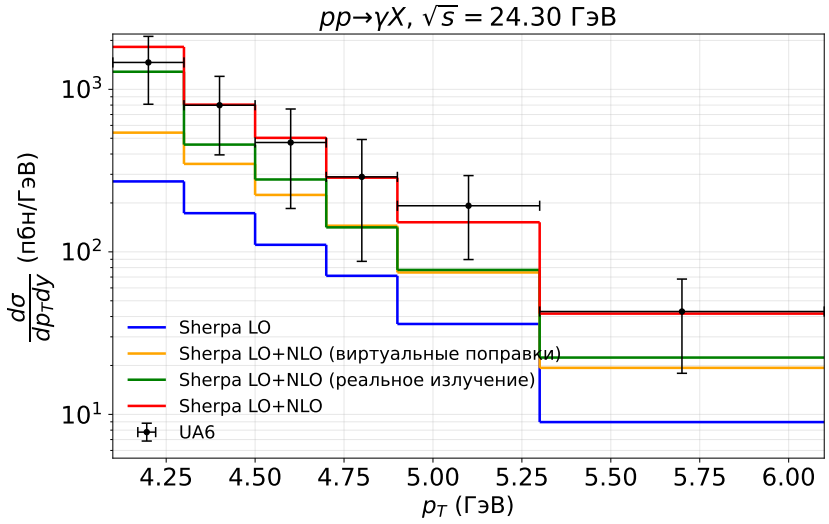

Рис. 13: Вклад реальных и виртуальных поправок в сечение при $\sqrt{s} = 24.3$ ГэВ (эксперимент UA6).

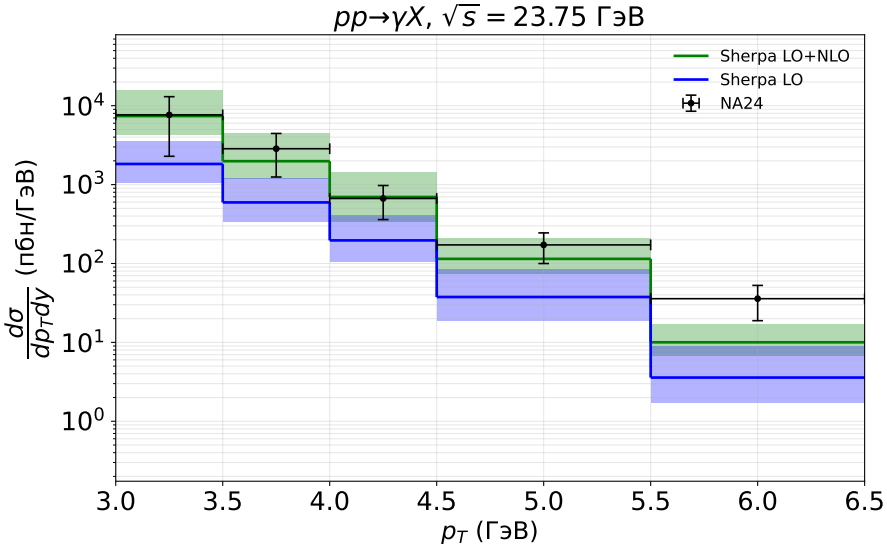

Рис. 14: Дифференциальное сечение $pp \to \gamma X$ при $\sqrt{s} = 23.75$ ГэВ, $-0.65 < y < 0.52$, в LO (синяя линия) и NLO (зелёная линия) при центральном значении $\mu = p_T$ в генераторе событий Sherpa. Чёрные точки — экспериментальные данные NA24 [19]. Заштрихованные области соответствуют теоретическим неопределённостям при $p_T/2 \leqslant \mu \leqslant 2p_T$.

Во всех случаях NLO расчёты демонстрируют хорошее согласие с экспериментальными данными в пределах экспериментальных и теоретических погрешностей, тогда как LO предсказания лежат значительно ниже экспериментальных данных, особенно в области малых поперечных импульсов.

3.5 Предсказания для коллайдера NICA

На рисунке 15 приведены расчёты для энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, соответствующей кинематике будущего эксперимента SPD на коллайдере NICA. Диапазон быстроты фотона составляет $|y| < 3.0$. NLO поправки увеличивают сечение примерно в 3–4 раза по сравнению с LO, что подтверждает необходимость их учёта при планировании измерений.

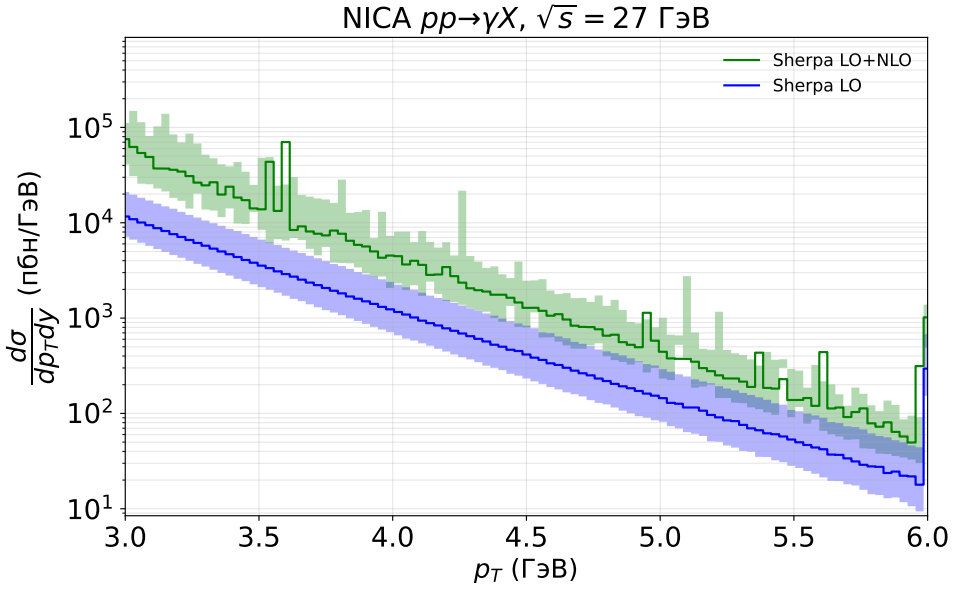

Рис. 15: Предсказание дифференциального сечения $pp \to \gamma X$ для коллайдера NICA при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y| < 3.0$, в LO (синяя линия) и NLO (зелёная линия) при центральном значении $\mu = p_T$ в генераторе событий Sherpa. Заштрихованные области соответствуют теоретическим неопределённостям при $p_T/2 \leqslant \mu \leqslant 2p_T$.

3.6 Анализ K-фактора

Для количественной оценки вклада NLO поправок был вычислен K-фактор: $K = \dfrac{\sigma_{NLO}}{\sigma_{LO}}$. На рисунках 16 и 17 представлены результаты для энергий 63 ГэВ, 24.30 ГэВ и 27 ГэВ, 23.75 ГэВ, соответственно. Средние значения K-фактора лежат в пределах 3-4 во всей исследованной области поперечных импульсов, что свидетельствует о значительном увеличении сечения при переходе от LO к NLO.

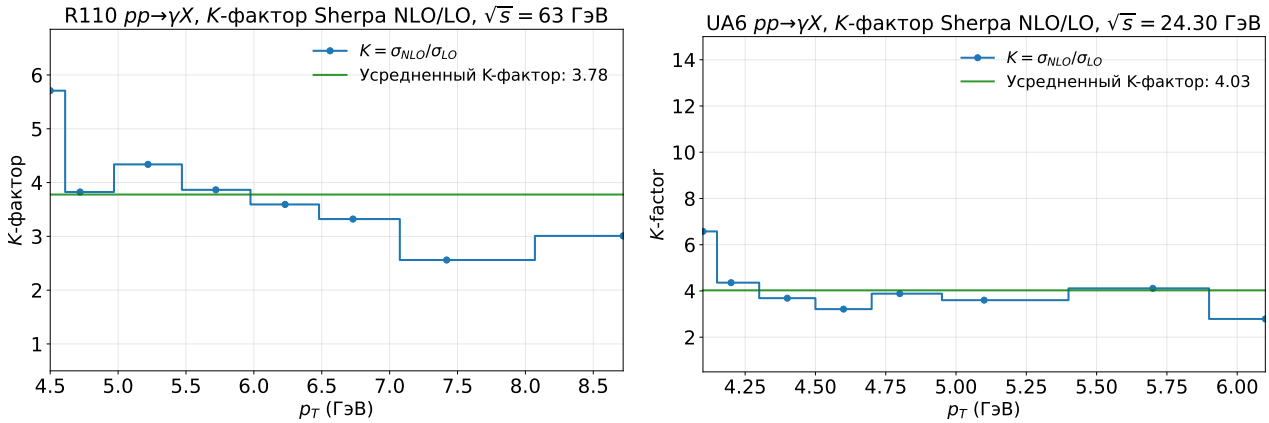

Рис. 16: K-фактор для экспериментов R110 ($\sqrt{s}$ = 63 ГэВ) и UA6 ($\sqrt{s}$ = 24.3 ГэВ).

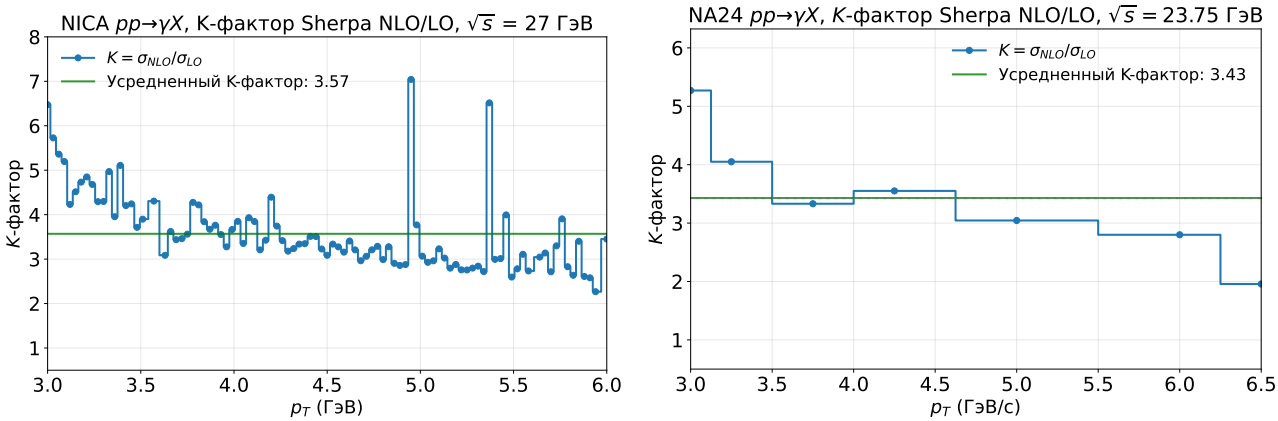

Рис. 17: K-фактор для NICA ($\sqrt{s}$ = 27 ГэВ) и эксперимента NA24 ($\sqrt{s}$ = 23.75 ГэВ).

Расчёты K-фактора для рождения прямых фотонов ранее были выполнены в работе [21] для энергий $\sqrt{s}$ = 17.3, 19.4 и 63 ГэВ. Их результаты представлены на рис. 18 (для 63 ГэВ) и рис. 19 (для 17.3 и 19.4 ГэВ). Для $\sqrt{s}$ = 19.4 ГэВ и $p_T \approx$ 2–4 ГэВ/c они получили $K \approx$ 2.0–2.2 (см. рис. 19), что несколько ниже значений 3–4, полученных в настоящей работе. Это различие может быть связано с использованием различных наборов партонных функций распределения (в работе [21] применялись Duke-Owens, CTEQ4, MRS96), другого подхода к учёту высших порядков и различных кинематических условий. При $\sqrt{s}$ = 63 ГэВ [21] наблюдалось уменьшение K-фактора с ростом p_T от ~ 3 при $p_T = 2$ ГэВ/c до ~ 1.4 при $p_T = 6$ ГэВ/c, что качественно согласуется с общей тенденцией снижения вклада NLO при

больших поперечных импульсах. Таким образом, полученные в данной работе значения K-фактора имеют тот же порядок величины и согласуются с литературными данными.

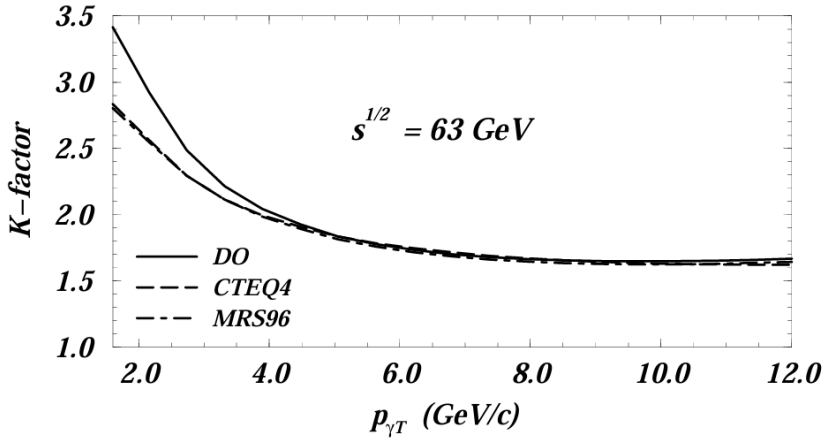

Рис. 18: K-фактор как функция p_T при $y = 0$ для pp столкновений при $\sqrt{s} = 63$ ГэВ. Данные из работы [21].

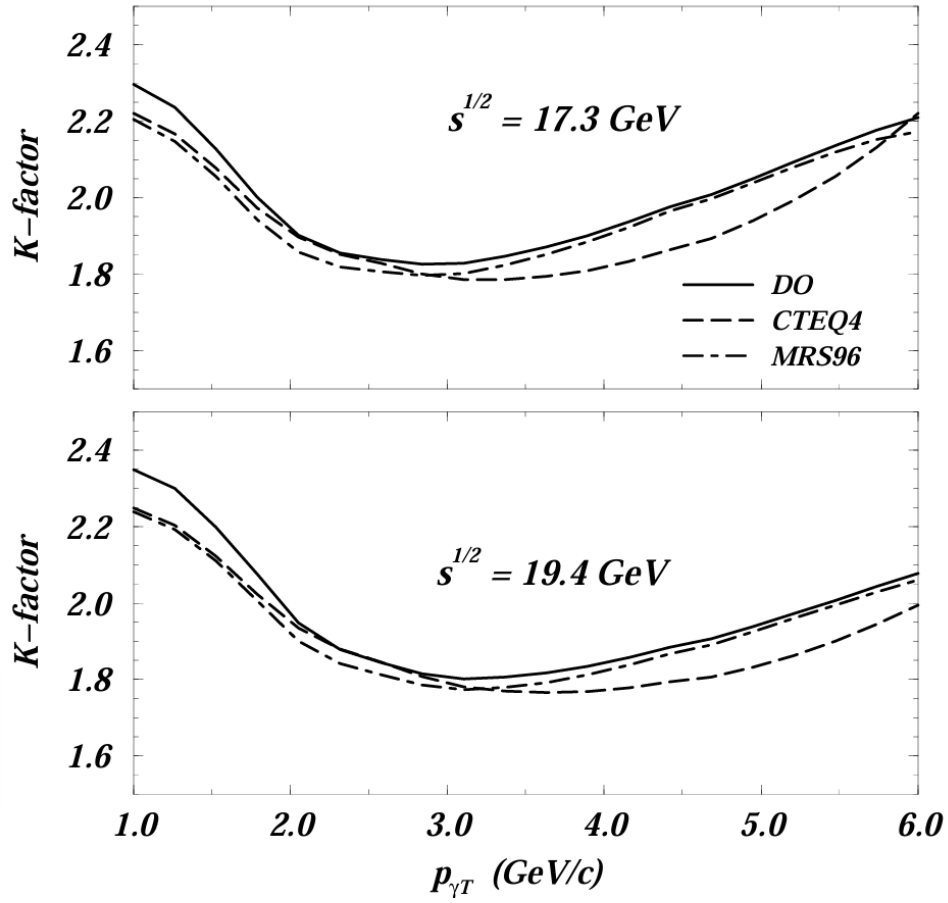

Рис. 19: K-фактор как функция p_T при $y = 0$ для pp столкновений: $\sqrt{s} = 17.3$ ГэВ (сверху), $\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ (снизу). Данные из работы [21].

4 Заключение

Мы выполнили расчет сечений рождения прямых фотонов в столкновениях $pp \to \gamma X$ в LO приближении для кинематических условий эксперимента UA6, наиболее близких к планируемым в эксперименте SPD NICA. Мы реализовали численный расчет по аналитическим формулам с помощью написанного нами кода на языке программирования Fortran, а также в рамках генераторов событий PYTHIA и Sherpa. Сравнение результатов показало хорошее согласие во всей кинематической области. Убедившись в согласованности LO расчетов, мы использовали генератор Sherpa для расчета сечений рождения прямых фотонов в указанных реакциях для различных энергий (13 ТэВ, 63 ГэВ, 24.30 ГэВ, 27 ГэВ, 23.75 ГэВ). Во всех рассмотренных случаях NLO-предсказания значительно лучше описывают экспериментальные данные, чем LO. По полученным результатам мы рассчитали K-фактор, который для рассмотренных энергий лежит в диапазоне от 3 до 4. Данный результат согласуется с ранее выполненными теоретическими расчетами при близких энергиях, хотя в целом несколько превышает. Исходя из адекватности полученных результатов, мы представляем NLO-предсказания для дифференциальных по поперечному импульсу сечений рождения прямых фотонов на коллайдере NICA при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y| < 3.0$, которые могут быть испльзованы совместно с полной симуляцией детектора.

Полученные в работе результаты могут быть использованы экспериментаторами для настройки моделирования событий и интерпретации будущих данных детектора SPD. Представленные методы NLO расчета наблюдаемых в генераторе Sherpa могут служить основой для дальнейших расчётов в рамках пертурбативной КХД с точностью до NLO и более высоких порядков. Дальнейшее развитие работы может включать учёт поляризации начальных протонов для расчёта спиновых асимметрий и прямое сравнение с данными SPD после их набора.

Результаты данной работы были представлены на LXXVI молодежной научной конференции (2 место), на Самарской областной студенческой научной конференции и 11-м совещании Коллаборации SPD 16-22 мая 2026 года.

Список литературы

[1] SPD Collaboration. Technical Design Report of the Spin Physics Detector in NICA. 2024. arXiv:2404.08317.

[2] F. Siegert. A practical guide to event generation for prompt photon production with Sherpa. 2017. arXiv:1611.07226v2.

[3] PHENIX Collaboration (A. Adare et al.). Direct-Photon Production in p+p Collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV at Midrapidity. Phys. Rev. D, 86:072008, 2012. arXiv:1205.5533.

[4] UA6 Collaboration (G. Ballocchi et al.). Direct photon cross-sections in proton-proton and antiproton-proton interactions at $\sqrt{s} = 24.3$ GeV. Phys. Lett. B, 436:222, 1998.

[5] CMS Collaboration. Measurement of differential cross sections for inclusive isolated-photon and photon+jet production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. Eur. Phys. J. C, 79:20, 2019. arXiv:1807.00782.

[6] ATLAS Collaboration. Inclusive-photon production and its dependence on photon isolation in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using 139 fb^{-1} of ATLAS data. 2023. arXiv:2302.00510.

[7] J.M. Campbell, J. Rojo, E. Slade, and C. Williams. Direct photon production and PDF fits reloaded. Eur. Phys. J. C, 78:470, 2018. arXiv:1802.03021.

[8] J. Huston, E. Kovacs, S. Kuhlmann, H.L. Lai, J.F. Owens, and W.K. Tung. A global QCD study of direct photon production. 1995. arXiv:hep-ph/9501230.

[9] T. Ježo, M. Klasen, and F. König. Prompt photon production and photon-hadron jet correlations with POWHEG. 2016. arXiv:1610.02275.

[10] А. В. Шипилова В. А. Салеев. Двойные продольные спиновые асимметрии в прямом рождении фотонов на коллайдере NICA. Письма в ЭЧАЯ, 2023.

[11] М. В. Садовский. Лекции по квантовой теории поля. Институт Электрофизики УрО РАН, 2002.

[12] М. Л. Лангао. Квантовая хромодинамика и физика адронных столкновений. Успехи физических наук, 180(2), 2010.

[13] S. Catani and M.H. Seymour. A General Algorithm for Calculating Jet Cross Sections in NLO QCD. 1997. arXiv:hep-ph/9605323v3.

[14] В. А. Смирнов. Инфракрасные и ультрафиолетовые расходимости коэффициентных функций фейнмановских диаграмм; как функционалов из S'. Теоретическая и математическая физика, 44(3):307–320, 1980.

[15] C. Bierlich et al. PYTHIA 8.3 Manual. https://pythia.org/, 2022.

[16] The Sherpa Team. Sherpa 3.1.x Manual. https://sherpa-team.gitlab.io/sherpa/master/index_single.html, 2026.

[17] The Fortran Language Reference. 2018. ISO/IEC 1539 standard for Fortran.

[18] J. Hahn and D. Sopkova. Cuba: Universal library for multidimensional numerical integration. https://cuba.hepforge.org/, 2012. Version 4.2.

[19] W. Vogelsang and M.R. Whalley. A Compilation of Data on Hadronic and Photonic Total Cross Sections. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 23:A1, 1997. arXiv:hep-ph/0110176.

[20] F. Cascioli, P. Maierhöfer, and S. Pozzorini. Scattering amplitudes with open loops. 2011. arXiv:1111.5206v2, https://openloops.hepforge.org/.

[21] C.-Y. Wong and H. Wang. Effects of parton intrinsic transverse momentum on photon production in hard-scattering processes. Phys. Rev. C, 58:376, 1998. arXiv:hep-ph/9802378.

Приложение А

Программа численного расчёта LO сечения на Фортране для рождения прямых фотонов.

```
program CubaTest
  implicit none
  integer funparam
  Character*256 Path, filename, Outfile
  Character*256 Path_debug, filename_debug, Outfile_debug
  integer ndim, ncomp, nvec, last, seed, mineval, maxeval
  real*8 epsrel, epsabs, userdata
  parameter (ndim = 3)
  parameter (ncomp = 2)
  parameter (userdata = 0)
  parameter (nvec = 1)
  parameter (epsrel = 1D-2)
  parameter (epsabs = 1D-12)
  parameter (last = 4)
  parameter (seed = 0)
  parameter (mineval = 0)
  parameter (maxeval = 50000)
  integer nstart, nincrease, nbatch, gridno
  integer*8 spin
  character*(*) statefile
  parameter (nstart = 1000)
  parameter (nincrease = 500)
  parameter (nbatch = 1000)
  parameter (gridno = 0)
  parameter (statefile = "")
  parameter (spin = -1)
  integer nnew, nmin
  real*8 flatness
  parameter (nnew = 1000)
  parameter (nmin = 2)
```

```
31    parameter (flatness = 25D0)
32    integer key1, key2, key3, maxpass
33    real*8 border, maxchisq, mindeviation
34    integer ngiven, ldxgiven, nextra
35    parameter (key1 = 47)
36    parameter (key2 = 1)
37    parameter (key3 = 1)
38    parameter (maxpass = 5)
39    parameter (border = 0D0)
40    parameter (maxchisq = 10D0)
41    parameter (mindeviation = .25D0)
42    parameter (ngiven = 0)
43    parameter (ldxgiven = ndim)
44    parameter (nextra = 0)
45    integer key
46    parameter (key = 0)
47    external integrand
48    real*8 integral(ncomp), error(ncomp), prob(ncomp)
49    integer verbose, nregions, neval, fail
50    character*16 env
51    real*8 errorout, integralout
52    real*8 cutenum, Summ, deltapt, ylimits
53    integer c
54    character*64 PDFname(8)
55   COMMON/TestBlock2/deltapt
56   COMMON/TestBlock1/cutenum
57   COMMON/TestBlock3/Outfile_debug
58   COMMON/TestBlock4/ylimits
59    PDFName(1)='NNPDF30_lo_as_0118_nf_6'
60    call InitPDFsetByName(PDFName(1))
61    filename="Output.txt"
62    CALL getcwd(Path)
63    Outfile=trim(Path)//'/'//trim(filename)
64    Open(unit=1, file=trim(Outfile), status='replace')
65    Close(1)
```

```
66    filename_debug="debug.txt"
67    CALL getcwd(Path_debug)
68    Outfile_debug=trim(Path_debug)//'/'//trim(filename_debug)
69    Open(unit=2, file=trim(Outfile_debug), status='replace')
70    Close(2)
71    deltapt= 0.1D0
72    ylimits=3.d0
73    do cutenum = 4.2D0, 5.7D0, deltapt
74       call getenv("CUBAVERBOSE", env)
75       verbose = 0
76       read(env, *, iostat=fail, end=999, err=999) verbose
77 999   continue
78       call suave(ndim, ncomp, integrand, userdata, nvec,
79  &         epsrel, epsabs, verbose + last, seed,
80  &         mineval, maxeval, nnew, nmin, flatness,
81  &         statefile, spin,
82  &         nregions, neval, fail, integral, error, prob)
83       Summ=integral(1)+integral(2)
84       Open(unit=1, file=trim(Outfile), position='append')
85       write(1, '(F15.5,␣7E25.15)') cutenum, (integral(c), c=1,2)
86       Close(1)
87       print '(A,F8.3,6(A,E15.7))', 'cutenum=', cutenum,
88  &    '␣f1=', integral(1), '␣f2=', integral(2),
89  &    '␣Summ=', Summ
90    end do
91 end program CubaTest
92
93 integer function integrand(ndim, xx, ncomp, ff)
94    integer ndim, ncomp
95    integer funparam
96    real*8 xx(*), ff(*)
97    real*8 pi,f,pt,y3,y4,ptmin,ptmax
98    real*8 y3min,y3max,y4min,y4max,cutenum,ylimits
99    real*8 s,t,u,b0,alphas,M1, M2, subs, deltapt
100   real*8 Jacobian
```

```
101   real*8 Phi(-3:3, 1:2)
102   real*8 pdf(-6:6), x1, x2, mu,M3debug
103   real*8 sqamp1, sqamp2,M1debug,M2debug
104   Character*256 Outfile_debug
105   COMMON/TestBlock1/cutenum
106   COMMON/TestBlock2/deltapt
107   COMMON/TestBlock3/Outfile_debug
108   COMMON/TestBlock4/ylimits
109   parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
110   ff(1:2)=0.d0
111   s= 24.30d0**2.d0
112   ptmin=cutenum
113   ptmax=cutenum+deltapt
114   y3min=(-1.d0)*0.2d0
115   y3max=1.d0
116   y4min=(-1.d0)*4.d0
117   y4max=4.d0
118   Jacobian=(ptmax-ptmin)*(y3max-y3min)*(y4max-y4min)
119   pt = ptmin + (ptmax-ptmin)*xx(1)
120   y3 = y3min + (y3max-y3min)*xx(2)
121   y4 = y4min + (y4max-y4min)*xx(3)
122   mu=pt
123   x1 = pt/dsqrt(s)*(DEXP(y3)+DEXP(y4))
124   x2 = pt/dsqrt(s)*(DEXP(-y3)+DEXP(-y4))
125   if (x1<0.d0 .or. x1>1.d0 .or. x2<0.d0 .or. x2>1.d0) then
126     ff(1:2) = 0.d0
127     integrand =0
128     return
129   end if
130   subs = x1*x2*s
131   t= -pt**2.d0*(1.d0+DEXP(y4-y3))
132   u= -pt**2.d0*(1.d0+DEXP(y3-y4))
133   if (abs(u+t+subs)>0.d0) then
134     ff(1:2)=0.d0
135     integrand = 0
```

```
136       return
137     end if
138     call evolvePDF(x1, mu, pdf)
139     Phi(1,1)=pdf(1)/x1
140     Phi(-1,1)=pdf(-1)/x1
141     Phi(2,1)=pdf(2)/x1
142     Phi(-2,1)=pdf(-2)/x1
143     Phi(3,1)=pdf(3)/x1
144     Phi(-3,1)=pdf(-3)/x1
145     Phi(0,1)=pdf(0)/x1
146     call evolvePDF(x2, mu, pdf)
147     Phi(1,2)=pdf(1)/x2
148     Phi(-1,2)=pdf(-1)/x2
149     Phi(2,2)=pdf(2)/x2
150     Phi(-2,2)=pdf(-2)/x2
151     Phi(3,2)=pdf(3)/x2
152     Phi(-3,2)=pdf(-3)/x2
153     Phi(0,2)=pdf(0)/x2
154     f1 =pt/(8.d0*pi*x1*x2*s**2.d0)*
155    &   (sqamp1(mu, 1.D0/3.D0,t, u)*
156    &    (Phi(1,1)*Phi(-1,2) + Phi(-1,1)*Phi(1,2)+
157    &   + Phi(3,1)*Phi(-3,2) + Phi(3,2)*Phi(-3,1))+
158    &   sqamp1(mu, 2.D0/3.D0, t, u)*
159    &   (Phi(2,1)*Phi(-2,2)+Phi(-2,1)*Phi(2,2)))/(deltapt)*0.389D0
160     f2 =pt/(8.d0*pi*x1*x2*s**2.d0)*
161    &   ( sqamp2(mu,2.D0/3.D0,subs,u)*Phi(0,2)*(Phi(2,1)+Phi(-2,1))
162    &   +sqamp2(mu, 2.D0/3.D0,subs,t)*Phi(0,1)*(Phi(2,2)+Phi(-2,2))
163    &   +sqamp2(mu,1.D0/3.D0,subs,u)*Phi(0,2)*(Phi(1,1)+Phi(-1,1)
164    &   +Phi(3,1)+Phi(-3,1))+ sqamp2(mu,1.D0/3.D0,subs,t)*Phi(0,1)*
165    &   (Phi(1,2)+Phi(-1,2)+Phi(3,2)+Phi(-3,2)) )
166    &   /(deltapt)*0.389D0
167     ff(1)=f1*Jacobian
168     ff(2)=f2*Jacobian
169     integrand = 0
170 end function integrand
```

```
171
172 real*8 function sqamp1(mu, Zq, u, t)
173   real*8 Zq, u, t, mu, b0,alphas,M1, alphasem
174   parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
175   b0= (11.d0*3.d0-4.d0*(1.d0/2.d0)*3.d0)/(12.d0*pi)
176   alphas = 1.d0/(b0*DLOG(mu**2.d0/0.232d0**2.d0))
177   alphasem=7.297d0*10.d0**(-3.d0)
178   M1 = 16.d0*8.d0/(9.d0)*pi**2.d0*(alphasem)*
179  &  alphas*(t/u+u/t)*Zq**2.d0
180   sqamp1 = M1
181 end function sqamp1
182
183 real*8 function sqamp2(mu, Zq, s, tu)
184   real*8 mu, Zq, s, tu, b0,alphas, M2, alphasem
185   parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
186   alphasem=7.297d0*10.d0**(-3.d0)
187   b0= (11.d0*3.d0-4.d0*(1.d0/2.d0)*3.d0)/(12.d0*pi)
188   alphas = 1.d0/(b0*DLOG(mu**2.d0/0.232d0**2.d0))
189   M2 = -16.d0/(3.d0)*pi**2.d0*(alphasem)*
190  &  alphas*(Zq)**2.d0*(s/tu+tu/s)
191   sqamp2 = M2
192 end function sqamp2
```

Приложение B

Пример файла настроек в генераторе событий PYTHIA для рождения прямых фотонов.

```
#include "Pythia8/Pythia.h"
using namespace Pythia8;

int main() {
  Pythia pythia;
  pythia.readString("Beams:idB = 2212");
  pythia.readString("Beams:idA = 2212");
  pythia.readString("Beams:eCM = 24.30");
  pythia.readString("PromptPhoton:qg2qgamma  = on");
  pythia.readString("PromptPhoton:qqbar2ggamma = on");
  pythia.readString("PhaseSpace:pTHatMin = 4.1");
  pythia.readString("PartonLevel:MPI = off");
  pythia.readString("PartonLevel:ISR = off");
  pythia.readString("PartonLevel:FSR = off");
  pythia.readString("BeamRemnants:primordialKT = off");
  pythia.readString("PDF:pSet=LHAPDF6:NNPDF30_lo_as_0118_nf_6");
  pythia.readString("SigmaProcess:factorScale2 = 2");

  int Nevents = 3000000;

  if (!pythia.init()) return 1;
  Hist pTy("dsigma/dpTy", 100, 4.1, 6.1);

  for (int iEvent = 0; iEvent < Nevents; ++iEvent) {
    if (!pythia.next()) continue;

    for (int i = 0; i < pythia.event.size(); ++i)
      if (pythia.event[i].isFinal()) {
        if (pythia.event[i].id() == 22 && pythia.event[i].pT() >
            4.1) {
```

```
30            if (pythia.event[i].eta() < 1.0 && pythia.event[i].eta() >
                  -0.2)
31              pTy.fill(pythia.event[i].pT());
32          }
33        }
34    }
35    pythia.stat();
36    double sigma = (pythia.info.sigmaGen(201) + pythia.info.sigmaGen
          (202));
37    pTy /= Nevents / sigma;
38    cout << pTy;
39
40    HistPlot hpl("plot_pt");
41    hpl.plotFrame("fig_pt", pTy, "pp2yX", "$p_{T}$ (GeV)",
42                  "$\\mathrm{d}sigma/\\mathrm{d}p_{T}$ (mb)", "-");
43
44    return 0;
45 }
```

Приложение C

Пример файла настроек в генераторе событий Sherpa для рождения прямых фотонов в LO приближении.

```
BEAMS: 2212
BEAM_ENERGIES: 12.15
BEAM_REMNANTS: false
EVENTS: 5000000
EVENT_GENERATION_MODE: Weighted
ME_GENERATORS: [Amegic, Comix]
SHOWER_GENERATOR: None
FRAGMENTATION: None
MI_HANDLER: None
ME_QED: {ENABLED: false}
SCALES: VAR{MPerp(p[2])*MPerp(p[2])}
PROCESSES:
- 93 93 -> 22 93:
    Amplitude_Order: {QCD: 1, EW: 1}
    Integration_Error: 0.01
SELECTORS:
- [Eta, 22, -0.2, 1.0]
- [PT, 22, 4.1, E_CMS]
ANALYSIS: Internal
PDF_SET: NNPDF30_lo_as_0118_nf_6
INTERNAL_ANALYSES:
  - {
    LEVEL: [ME],
    PATH_PIECE: INCLU/,
    OBSERVABLES: [
      {PT: {
          Flav: 22,
          Min: 4.1, Max: 6.1,
          Bins: 20, Scale: LinErr,
          List: FinalState}}]}
```

Приложение D

Пример файла настроек в генераторе событий Sherpa для рождения прямых фотонов в NLO приближении.

```
BEAMS: 2212
BEAM_ENERGIES: 12.15
BEAM_REMNANTS: false
EVENTS: 5000000
EVENT_GENERATION_MODE: Weighted
ME_GENERATORS: [Amegic, Comix]
FRAGMENTATION: None
MI_HANDLER: None
ME_QED: {ENABLED: false}
MEPS:
 CORE_SCALE: VAR{MPerp(p[2])*MPerp(p[2])}
PROCESSES:
- 93 93 -> 22 93:
    NLO_Mode: Fixed_Order
    NLO_Part: BVIRS
    NLO_Order: {QCD: 1, EW: 0}
    Order: {QCD: 1, EW: 1}
    Loop_Generator: OpenLoops
    Integration_Error: 0.01
    Print_Graphs: Graphs
SELECTORS:
- [Eta, 22, -0.2, 1.0]
- [PT, 22, 4.1, E_CMS]
ANALYSIS: Internal
PDF_SET: NNPDF30_nlo_as_0118_nf_6
INTERNAL_ANALYSES:
  - {
    LEVEL: [ME],
    PATH_PIECE: INCLU/,
    OBSERVABLES: [
```

```
31        {
32          PT: {
33             Flav: 22,
34             Min: 4.1, Max: 6.1,
35             Bins: 20, Scale: LinErr,
36             List: FinalState},},]}
```